

چالش‌های موجود در تدریس و یادگیری نامعادلات جبری

حمیده سرشتی

مدرس دانشگاه فنی و حرفه‌ای، آموزشکده فنی و حرفه‌ای دختران خوانسار، اصفهان

تاریخ پذیرش نهایی: ۹۲/۷/۲۰

تاریخ دریافت مقاله: ۹۲/۴/۴

چکیده

با وجود انجام تحقیقات بسیار، در مورد علل خطاها و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در انجام ریاضی و همچنین با وجود معرفی نظریه‌های گوناگون در خصوص روش‌های تدریس و یادگیری ریاضی، دانش‌آموزان باز هم در حین انجام ریاضی خطا می‌کنند و بدفهمی‌های زیادی را از خود بروز می‌دهند. شاید بتوان گفت از بین شاخه‌های مختلف ریاضی جبر حوزه‌ای است که بیشترین خطاهای دانش‌آموزان در آن واقع می‌شود و در این میان حل نامعادلات جبری یکی از مباحثی است که به دلیل همین بدفهمی‌ها، یادگیری آن سخت بوده، تدریس آن بسیار با چالش روبه‌رو است و از طرفی به دلیل کاربرد این موضوع در سایر قسمت‌های ریاضی از اهمیت زیادی برخوردار است. در این مقاله به روش‌های مختلف تدریس نامعادلات، روش‌های گوناگون تفکر دانش‌آموزان در مورد نامعادلات، خطاها و بدفهمی‌های شایع در این حوزه به‌عنوان یک موضوع درسی مدرسه‌ای و منشأ و دلایل بروز این خطاها، پرداخته شده است و سپس با بهره‌گیری از نتایج به‌دست آمده و نظریه‌های آموزشی مناسب، توصیه‌هایی برای ارتقای روش‌های تدریس و یادگیری این حوزه از ریاضی ارائه شده است.

واژه‌های کلیدی

نامعادله، بدفهمی، خطاها و تدریس ریاضی.

۱. مقدمه

معادلات جبری و نامعادلات نقش مهمی در شاخه‌های گوناگون ریاضی چون جبر، حساب دیفرانسیل و انتگرال، مثلثات، برنامه‌ریزی خطی و... ایفا می‌کنند. به همین دلیل آموزش نامعادلات قسمتی از برنامه‌ی درسی ریاضی دوره‌ی دبیرستان است. براساس استانداردهای NCTM همه‌ی دانش‌آموزان در پایه‌های ۹-۱۲ باید توانایی درک موقعیت‌هایی که درگیر معادلات و نامعادلات است را پیدا کرده و همچنین باید بتوانند معنی تساوی عبارت‌های جبری، معادلات و نامعادلات را فهمیده و آنها را به آسانی حل کنند (بازینی^۴ و تسامیر^۵، ۲۰۰۴). برای به کار بردن این توصیه‌ها باید روش‌های تفکر دانش‌آموزان در مورد معادلات و نامعادلات را تجزیه و تحلیل کرد تا بتوان طراحی آموزشی مناسبی برای تدریس انجام داد. در واقع برای مقابله با این چالش‌ها معلم باید بتواند موانع موجود در برابر یادگیری نامعادلات را شناسایی کرده و آنها را از میان بردارد. از طرفی به گفته بین (۲۰۰۴) در فرایند تدریس و تحقیق معلم باید به شیوه درست خطاهای دانش‌آموزان را تجزیه و تحلیل کند، سعی در فهم خطاها و توضیح این که شامل چه چیزهایی می‌شوند، و پیدا کردن دلیل این خطاها داشته باشد. بسته به نتایج چنین تجزیه و تحلیلی، معلم باید از ابزار اصلاحی و روش‌های مناسب برای عمیق‌تر کردن درک مفاهیم ریاضی دانش‌آموزان استفاده کند؛ روش‌های استدلال آنها را بهبود بخشد و مهارت‌های آنها را کامل‌تر کند. به منظور دستیابی به این اهداف معلم نیاز به دانش مشخص در مورد خطاها و روش‌های پاسخ به این خطاها دارد. در واقع بعد از تشخیص انواع بدفهمی‌ها، معلم می‌تواند با استفاده از ابزارهای تدریسی مناسب در پی اصلاح خطاهای دانش‌آموزان برآمده و به یادگیری عمیق‌تر آنها کمک کند. همچنین با انتخاب تدریسی مناسب‌تر می‌تواند از به وجود آمدن بدفهمی‌ها و خطاها در مراحل بعد جلوگیری کند.

در این مقاله تلاش بر این است که به سوال‌های زیر پاسخ‌های مناسب داده شود:

- خطاها و بدفهمی‌های شایع دانش‌آموزان در نامعادلات جبری چیست؟

- منشأ این خطاها کجاست؟ و منابع ایجاد خطا چه چیزهایی است؟

- نقش معلم در تصحیح این خطاها و ارتقای درک دانش‌آموزان از مفهوم نامعادله و روش‌های حل آن کدام است؟

۲. خطاها در ریاضی اجتناب ناپذیرند

به گفته استیسی و مک گرگور (۲۰۰۲)، علی‌رغم تغییرات در برنامه درس ریاضی و در عمل تدریس ریاضی، دانش‌آموزان همچنان درست نمی‌فهمند، فراموش می‌کنند و خطاهایی دارند. به تدریج پذیرفته شده است که بسیاری از خطاها، اشتباهات تصادفی یا حدس‌های تصادفی نیستند. دانش‌آموزان تلاش می‌کنند تکالیف ریاضی را معنادار سازند و اغلب می‌توانند برای کارشان توضیحی ارائه داده و دلایلی برای جواب‌های اشتباهشان بدهند. مطالعات زیادی در مورد تفکر ریاضی قرار گرفته در پس خطاها انجام شده است. این تحقیقات، بینش‌هایی را در مورد دلایل بدفهمی‌ها و خطاهای دانش‌آموزان ارائه می‌کنند.

لگوتکو^۶ (۲۰۰۸) به نقل از کریگوسکا^۷ و بوکر^۸ (۱۹۸۸) اظهار می‌کند، به دلیل ماهیت علم ریاضی خطاها و بدفهمی‌ها همیشه در ریاضی وجود دارند. وی برای اثبات این ادعا به چهار ویژگی علم ریاضی اشاره می‌کند. این چهار ویژگی به قرار زیر است:

۲-۱. ریاضی ساختاری درون‌سازگار و مرتبط به هم ایجاد می‌کند

در ریاضی بسیاری از مفاهیم بر پایه مفاهیم دیگر ساخته می‌شود. بنابراین یادگیری ریاضی سخت و نیاز به نظم و ترتیب و خودکنترلی دارد. یک شکاف کوچک در فهم آن باعث ایجاد بدفهمی و عدم درک مناسب می‌شود؛ این اشتباهات کوچک یکی پس از دیگری ساخته شده و پس از مدتی مانند یک بهمین از خطاها فرومی‌ریزد. یک خطای آشکار نشده که در ذهن دانش‌آموز ریشه کرده، تهدید عمده‌ای برای ساخته شدن دانش ریاضی دانش‌آموزان است.

۲-۲. ریاضی علمی است مجرد و از زبان خاصی استفاده می‌کند

در شروع آموزش ریاضی تلاش بر این است تا مفاهیم مجرد اعداد طبیعی، اعمال بر روی این اعداد و شکل‌های هندسی در ذهن کودکان ساخته شود. دانش‌آموزانی که چنین آموزشی را شروع می‌کنند در جهان واقعی زندگی کرده، اغلب به یک روش محسوس فکر کرده و عمل می‌کنند. این زمانی است که اولین ریاضی‌سازی موقعیت‌های مسایل واقعی همچنین اولین تفسیرهای اشیاء ریاضی مجرد در واقعیت در این اولین مرحله آموزشی قرار گیرد. در این زمان مشکلات متعدد و خطاهای زبانی با یکدیگر در تلاش همزمان برای ایجاد دقت در زبان ریاضی و استفاده از زبان طبیعی که برای کودکان ملموس است، ظاهر می‌شوند. این اولین انتقال از دنیای واقعی به دنیای ریاضی برای آموزش ریاضی و درک این که

۳-۱. مشکلات مربوط به نقص تفکر جبری

مشکلات و خطاهای عمده در رابطه با نقص تفکر جبری در خصوص نامعادلات را در موارد زیر می‌توان خلاصه کرد:

۱. مدل‌سازی ریاضی یا ترجمه‌ی یک مساله دنیای واقعی به زبان جبری که شامل نوشتن یک نامعادله است؛

۲. استفاده نادرست از نمادها و عبارتهای جبری و همچنین مشکلات مربوط به معنی دادن به این نمادها در حل مساله؛

۳. استفاده از مجموعه اعداد طبیعی به عنوان مجموعه‌ی مرجع به جای استفاده از اعداد حقیقی؛

۴. عدم درک نامناسب زیرمجموعه‌های پیوسته اعداد حقیقی (بازه‌ها و انواع آنها) و ناتوانی در نمایش بازه‌ها روی محور اعداد؛

۵. عدم درک مناسب از مفهوم متغیر؛

۶. خطاهای ناشی از درک نادرست بعضی از اعمال جبری مثل خاصیت توزیع‌پذیری و ...

۷. استفاده نامناسب از نشانه‌هایی چون پرانتزها، نشانه «-» و ...

۳-۲. مشکلات مخصوص نامعادلات جبری

۱. فهمیدن نشانه‌های «کوچکتر از» و «بزرگتر از»؛

۲. استفاده نامناسب از نشانه‌های «کوچکتر از» و «بزرگتر از» (به طور مثال برای حداقل باید < به کار برد یا برای حداکثر)؛

۳. تعمیم خواص تساوی‌ها به نامساوی‌ها

هنگام حل نامعادلات به خصوص نامعادلات درجه دوم و کسری مهم‌ترین بدفهمی‌ها در تعمیم خواص مساوی‌ها به نامساوی‌ها روی می‌دهد. به طور مثال یکی از بدفهمی‌های بسیار شایع (هم در دانش‌آموزان و هم در دانشجویان) خطای زیر است:

«معادله همان نامعادله است که به جای علامت - یکی از علامت‌های <، ≤، یا > قرار گرفته است. روش حل آن‌ها هم یکی است، کافی است جای علامت - یکی از علامت‌های <، ≤، ≥ یا > را قرار دهیم.»

جداول زیر روش‌های حل نوعی دو نامعادله‌ی درجه ۱ و ۲ را براساس این بدفهمی نشان می‌دهد:

«ریاضی چیست؟» و «نقش آن در زندگی و آموزش چیست؟»، بی‌نهایت مهم است.

۳-۲. تضادهای متنوعی در خود ریاضی ریشه گرفته است

آموزش ریاضی نیاز به غلبه بر این تضادها دارد، تضادهایی که در ریاضی کنار هم قرار گرفته‌اند. از میان تضادهای متداول می‌توان به «تلاش برای الگوریتمی کردن ریاضی در مقابل اعمال آگاهانه و خلاق»، «تفکر طبیعی زندگی روزمره در مقابل استدلال صوری که بر پایه قراردادهای پذیرفته شده است»، «تجربید ریاضی به عنوان یک علم در مقابل ارتباط و اتصال ریاضی با جهان واقعی» اشاره کرد. این تضادها باعث ایجاد بدفهمی‌های زیادی می‌شوند و ممکن است دلیل خطاهای بسیاری از دانش‌آموزان (و حتی معلمان) باشند.

۳-۲. آن چه در ریاضی ساده به نظر می‌رسد، از نقطه نظر تدریس ریاضی الزاماً ساده نیست

وقتی کودکان سؤالات را اشتباه جواب می‌دهند، اغلب به این خاطر نیست که اشتباه می‌کنند؛ بلکه آنها دارند سؤال دیگری را پاسخ می‌دهند و کار معلم این است که درواقع بفهمد آنها دارند به چه سؤالی پاسخ می‌دهند. باید گفت کودکان به ندرت پاسخ‌های نادرست می‌دهند. پاسخ‌های آنان، برحسب دیدگاه‌های شخصی آنها یا برحسب دانشی که برای معنا بخشیدن به آن موقعیت مورد استفاده قرار می‌دهند، معنا می‌شود. در بسیاری موارد، دانش ریاضی موجود کودکان، ناقص یا نادقیق است، یا احتمالاً دانشی که ما انتظار داریم وجود داشته باشد، وجود ندارد. در چنین وضعیتی، ممکن است دانش جدید نیز، به صورت غیردقیق ساخته شود.

۳. خطاها و بدفهمی‌های شایع در حوزه‌ی نامعادلات

با توجه به تحقیقات انجام شده در خصوص بدفهمی‌ها و خطاهای دانش‌آموزان و همچنین تجزیه و تحلیل رفتار حل مساله دانش‌آموزان در کلاس‌های درس نویسنده، مشکلات عمده در رابطه با نامعادلات جبری را می‌توان به دو گروه، مشکلات ناشی از عدم وجود مهارت در جبر و مشکلاتی که مختص به نامعادلات است، تقسیم نمود.

جدول ۱. شباهت‌های حل یک معادله درجه ۱ و یک نامعادله درجه ۱ توسط دانشجو (دانش‌آموز)

معادله درجه ۱	نامعادله درجه ۱
$-3x+3=-7x-9$	$-3x+3<-7x-9$
$\Rightarrow -3x+7x=-9-3$	$\Rightarrow -3x+7x<-9-3$
$\Rightarrow 4x=-12$	$\Rightarrow 4x<-12$
$\Rightarrow x=-3$	$\Rightarrow x<-3$

تعمیم نادرست مراحل بالا برای حل نامعادلات از درجه بالاتر توسط دانشجویان:

جدول ۲. شباهت‌های حل یک معادله درجه ۲ و یک نامعادله درجه ۲ توسط دانشجو (دانش‌آموز)

معادله درجه ۲	نامعادله درجه ۲
$X^2 - 5x + 6 = 0$	$X^2 - 5x + 6 > 0$
$\Rightarrow (x-2)(x-3) = 0$	$\Rightarrow (x-2)(x-3) > 0$
$\Rightarrow x-2=0 \Rightarrow x=2$	$\Rightarrow x-2 > 0 \Rightarrow x > 2$
$\Rightarrow x-3=0 \Rightarrow x=3$	$\Rightarrow x-3 > 0 \Rightarrow x > 3$

۲-۲-۳. معنادار نبودن مسائل مربوط به نامعادلات

بیشتر مسایل در حوزه نامعادلات برای دانش‌آموزان در یک زمینه معنی‌دار مطرح نمی‌شوند. این باعث می‌شود دانش‌آموزان نتوانند ارتباط مناسبی بین مفهوم نامعادله و دنیای واقعی برقرار کنند.

۲-۳-۳. عدم ارایه روش‌های مختلف برای حل نامعادلات به

دانش‌آموزان

به‌طور معمول ۳ روش برای حل نامعادلات جبری در آموزش مدرسه‌ای موجود است:

- روش جدول تعیین علامت؛

- استفاده از نمودار (روش هندسی)؛

- روش تحلیلی

معمولاً هنگام طراحی روشی برای تدریس، معلم‌ها با این مساله مواجه می‌شوند که دانش‌آموزان را باید تنها با یک روش آشنا کنند یا چند روش. تحقیقات انجام شده در آموزش ریاضی معمولاً استفاده از بازنمایی‌های مختلف برای بیان یک مفهوم را پشتیبانی می‌کنند. چون استفاده از بازنمایی‌های متفاوت برای ارایه یک مفهوم باعث ارتقای درک آن مفهوم شده و یادگیری معنادارتری را ایجاد می‌کند. هم‌چنین به گفته اسکمپ (۱۹۷۳) روش‌های مختلف حل مساله، به دانش‌آموزان کمک می‌کند تا فهم درک آنها از مفاهیم هندسی به درک رابطه‌ای تبدیل شود. بر همین اساس به‌نظر می‌رسد اگر استفاده از روش‌های متفاوت بتواند بازنمایی‌های متفاوتی را برای یک مساله در نظر بگیرد، استفاده از چندین روش می‌تواند مناسب باشد.

از بین روش‌های مختلف ارایه مفهوم نامعادله به دانش‌آموزان در برنامه‌ی درسی ایران، روش جدول تعیین علامت غلبه بیشتری دارد و معمولاً روش‌های هندسی و تحلیلی نادیده گرفته می‌شوند. متأسفانه روش جدول تعیین علامت برخلاف سادگی تنها برای حل

در یک مطالعه‌ی موردی در درس ریاضی پیش‌دانشگاهی روی دانشجویان سال اول رشته حسابداری و کامپیوتر در ابتدای سال تحصیلی ۷۴ درصد از دانشجویان نامعادله $x^2 - 5x + 6 > 0$ را به‌صورت بالا حل کردند، ۱۷ درصد فقط اعداد ۲ و ۳ را به‌دست آوردند، ۶ درصد هیچ پاسخی ندادند و ۳ درصد از جدول تعیین علامت استفاده کردند.

درواقع بسیاری از دانش‌آموزان و دانشجویان هیچ بار معنایی به نامعادله نمی‌دهند و تمایزی بین معادله و نامعادله قرار نمی‌دهند. این بدفهمی در مورد حل نامعادلات درجه ۱ در بسیاری موارد منجر به جواب صحیح می‌شود، پس این امکان برای دانش‌آموز وجود دارد که آن را به سایر موارد تعمیم دهد. نمونه‌ی دیگری از این نوع، تعمیم خاصیت طرفین - وسطین در تساوی دو نسبت مساوی است که دانش‌آموزان آن را به نامساوی‌ها تعمیم می‌دهند.

$$\frac{1}{x-3} < 5 \Rightarrow 5(x-3) > 1$$

حسام و گویا (۱۳۸۴) نیز این اشتباهات را ناشی از پیش‌تعمیمی می‌دانند. آنها به نقل از هاجی دمتریو و ویلیامز (۲۰۰۰) ابراز می‌دارند که تمایل دانش‌آموزان در پیش‌تعمیمی یک مانع معرفت‌شناسانه است. یعنی از بخش‌های درستی از دانش به‌طور نامناسب استفاده می‌شود و به‌همین دلیل آن بخش‌ها، به‌عنوان یک مانع، عمیقاً در ذهن دانش‌آموزان ریشه دوانیده و مانع از یادگیری آنها می‌شود.

۲-۳-۱. مشکلات مربوط به نامعکوس کردن علامت نامساوی

این مشکلات مربوط به این است که چه وقت جهت نامساوی معکوس می‌شود و چه وقت نمی‌شود.

$$\begin{aligned} -3x^2 - 15x - 18 < 0 \\ \Rightarrow -3(x^2 + 5x + 6) < 0 - 3x < -6 \Rightarrow x < \frac{-6}{-3} = 2 \\ \Rightarrow x^2 + 5x + 6 < 0 \end{aligned}$$

دانشجویان در پیدا کردن مجموعه جواب نامعادله‌ی $x+2y \leq 5$ شکست می‌خورند. گرچه آنها قادرند خط $x+2y=5$ را رسم کنند، اما نمی‌توانند نیم‌فضای $x+2y \leq 5$ را در فضای \mathbf{R}^2 مشخص کنند. استفاده از روش‌های تحلیلی در بالا بردن درک مفهومی بسیار ارزشمند است و می‌تواند فرق بین معادله و نامعادله را برای دانش‌آموز روشن‌تر کند.

$$(x-3)(x-5) > 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-3 > 0 & x-5 > 0 \Rightarrow x > 3 & x > 5 \Rightarrow x > 5 \\ x-3 < 0 & x-5 < 0 \Rightarrow x < 3 & x < 5 \Rightarrow x < 5 \end{cases}$$

حالی است که بسیاری از نامعادلاتی که دانش‌آموزان در آینده با آنها روبه‌رو خواهند شد، نامعادلات غیرجبری هستند. بنابراین به‌نظر می‌رسد اگر بتوان برای تدریس نامعادلات از رویکرد تابعی استفاده کرد، بسیاری از این مشکلات از بین خواهد رفت. امروزه به‌دلیل سهولت دسترسی دانش‌آموزان به تکنولوژی که امکان رسم نمودار توابع را برای آنها فراهم می‌آورد، می‌توان حل نامعادله را مقایسه دو تابع در نظر گرفت و با این شیوه پیش رفت. البته اگر بتوان مشکلاتی را که در آموزش تفکر تابعی برای دانش‌آموزان وجود دارد، کاهش داده و درک مفهوم تابع را ارتقا داد.

۴. نتیجه‌گیری و توصیه‌های آموزشی

معلم‌ها باید بدانند دانش‌آموزان می‌توانند با بازتاب روی خطاهایشان چیزهای بسیاری یاد بگیرند. به گفته لگوتکو (۲۰۰۸) خطاهای دانش‌آموزان باید به شیوه روش‌مند مورد اصلاح قرار گیرند. این شیوه می‌تواند در اولین مرحله شامل تلاش برای آگاه ساختن دانش‌آموزان از خطاهایشان و خلق موقعیت‌هایی باشد که بتوانند خطاهایشان را خودشان کشف کنند. پرسش‌هایی نظیر «چرا اینطوری؟»، «به کاری که انجام دادید نگاه کنید؟ چگونه به این جا رسیدی؟ مطمئنی که اینطوری؟» می‌تواند باعث شود که آنها بر کارشان بازتاب کرده و به خطایشان پی ببرند. مرحله‌ی بعدی کار معلم می‌تواند این باشد که تناقضاتی را ایجاد کرده، مقایسه‌هایی انجام دهد و یا مثال نقض ارائه کند. در مرحله بعد در صورتی که دانش‌آموزان نتوانستند خود خطاهایشان را اصلاح کنند، معلم می‌تواند از کمک سایر دانش‌آموزان استفاده کند. به گفته فرودنتال (۱۹۸۹) تجزیه و تحلیل خطا و اصلاح آن با شرکت دانش‌آموزان خوب می‌تواند برای دیگران و همچنین دانش‌آموزان آموزنده باشد. در هر صورت اصلاح خطاهای

نامعادلات چند جمله‌ای در سطح آموزش مدرسه‌ای استفاده می‌شود و قدرت کمی برای تعمیم به سایر نامعادلات از جمله نامعادلات غیرجبری دارد. استفاده از نمودار برای حل نامعادلات از یک طرف شهود هندسی یادگیرنده را تقویت می‌کند و از طرفی به‌دلیل در دسترس بودن تکنولوژی از آن به‌راحتی برای حل سایر نامعادلات می‌توان استفاده کرد. علاوه بر این‌ها با استفاده از نمودار به‌راحتی می‌توان نامعادلات با بیشتر از یک متغیر را حل کرد. بسیاری از

۳-۲-۴. ناتوانی در تفسیر جواب نهایی و داشتن تصور نادرست در مورد شکل جواب

بسیاری از دانش‌آموزان تصور نادرستی نسبت به جواب نامعادله دارند به‌طوری که برای بعضی از آنها جواب نامعادله معمولاً یک عدد است، نه مجموعه‌ای از اعداد. در واقع عدم یادگیری نامعادلات در یک زمینه معنی‌دار سبب می‌شود تا دانش‌آموزان در تفسیر جواب نهایی نامعادله ناتوان باشند و این که جواب نامعادله یک عدد است یا مجموعه‌ای از اعداد برای آنها جای ابهام دارد. گاهی اوقات تصور دانش‌آموزان از شکل جواب به علامت نامساوی که در نامعادله است، بستگی دارد. به‌طور مثال در حل نامعادله‌ی درجه دو $x^2-3x+2 < 0$ به روش جدول تعیین علامت هنگامی که جواب نامعادله با بازه‌ی (1,2) نمایش داده شد، منفی نبودن ۱ و ۲ برای دانش‌آموزی جای سوال داشت! علامت « <0 » برای این دانش‌آموز به این معنی بود که جواب‌های نامعادله عددهای منفی هستند.

۳-۲-۵. نداشتن تفکر تابعی برای حل نامعادلات

معمولاً نامعادلات در کلاس‌های درس اکثر کشورها به‌صورت الگوریتمی و رویه‌ای تدریس می‌شود (بازینی و بوئرو، ۲۰۰۴)، تا از مشکلات یادگیری که در ذات مفهوم تابع است، جلوگیری شود. به گفته بازینی (۲۰۰۴) انتخاب این رویکرد نسبت به تدریس نامعادلات (انجام دنباله‌ای از رویه‌های معمولی) باعث دیدی محدود به این مبحث شده که فهمیدن، تفسیر و کنترل آن برای دانش‌آموزان راحت نیست. یکی از پیامدهای اتخاذ چنین روشی این است که دانش‌آموزان تنها از عهده حل نامعادلات خاصی (معمولاً نامعادلات چندجمله‌ای) برمی‌آیند و در برخورد با سایر نامعادلات به‌خصوص نامعادلات کسری یا غیرجبری با مشکل مواجه می‌شوند. این در

4. Bazzini, L. & Tsamir, P. (2004), "Algebraic equations and inequalities: issues for research and teaching", Proceedings of the 28th conference of the international - group for the psychology of mathematics education, Vol. I, pp. 137-166.
5. Blanco, L. & Garrote, M. (2007), "Difficulties in learning inequalities in students of the first year of pre-university education in Spain", Eurasia journal of mathematics, science & technology education, 3(3), pp. 221-229.
6. Carpmail, M. Burnett, L. Chapman, K. & Crowder, D. (2011), "Misconceptions with the key objectives", National center for excellance in the teaching of mathematics, <https://www.ncetm.org.uk/>.
7. Legutko, M. (2008), "An analysis of students' mathematical errors in the teaching-research process," in handbook of mathematic teaching research: teaching experiment - a tool for teacher- researchers, pp. 141-151.
8. Stacey, K. & MacGregor, M. (2002), "Origins of students' errors in writing equations", in new directions in algebra equations, Baturo, pp. 205-212.
9. Yin, L.Y. (2005), "Understanding student's quadratic inequality misconception through an indepth interview", [www. Doc-txt. com/Quadratic-Inequalities.pdf](http://www.Doc-txt.com/Quadratic-Inequalities.pdf).

دانش‌آموزان کاری وقت‌گیر است و نیاز به صبر و حوصله از طرف معلم دارد.

با توجه به این که نامعادلات جبری یکی از موضوعات درسی است که بسیاری از خطاها و بدفهمی‌های دانش‌آموزان در آن اتفاق می‌افتد، لازم است تدریس این موضوع با صبر و حوصله‌ی بیشتری انجام شود؛ فرق بین مفهوم معادله و نامعادله کاملاً برای دانش‌آموزان مشخص شود؛ استفاده از مثال‌های مناسب بسیار می‌تواند به این کار کمک کند. همچنین استفاده از مسایل زمینه‌مدار در تدریس نامعادلات و همچنین استفاده از روش‌های مختلف برای حل نامعادلات می‌تواند به غنی‌تر کردن فهم دانش‌آموزان از مفهوم نامعادله و ایجاد درک رابطه‌ای از این موضوع کمک کرده و باعث کاهش بدفهمی‌ها در این حوزه شود.

پی‌نوشت‌ها

1. Inequality
2. Misconception
3. Errors
4. Bazzini
5. Tsamir
6. Legutko
7. Krygowska
8. Booker
9. Contradictions

منابع

۱. اسکمپ، ریچارد (۱۳۸۴)، «فهم رابطه‌ای و فهم ابزاری»، ترجمه رضا حیدری و زهرا گویا، مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۸۱، ۱۵-۴، دوره بیست و سوم، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۲. بن‌زیو، تالیا (۱۹۹۶)، «منشأ خطاهای دانش‌آموزان، زمانی که دانش‌آموزان در خطای ریاضی، درست عمل کرده‌اند»، ترجمه و تلخیص سپیده چمن‌آرا، مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۱۰۶، ۱۶-۱۱، دوره بیست و نه، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.
۳. گویا، زهرا و حسام، عبدالله (۱۳۸۴)، «نقش طرحواره‌ها در شکل‌گیری بدفهمی ریاضی دانش‌آموزان»، مجله رشد آموزش ریاضی، شماره ۸۲، ۱۶-۴، دوره بیست و سوم، دفتر انتشارات کمک آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.